Logaritmo: todo lo que importa

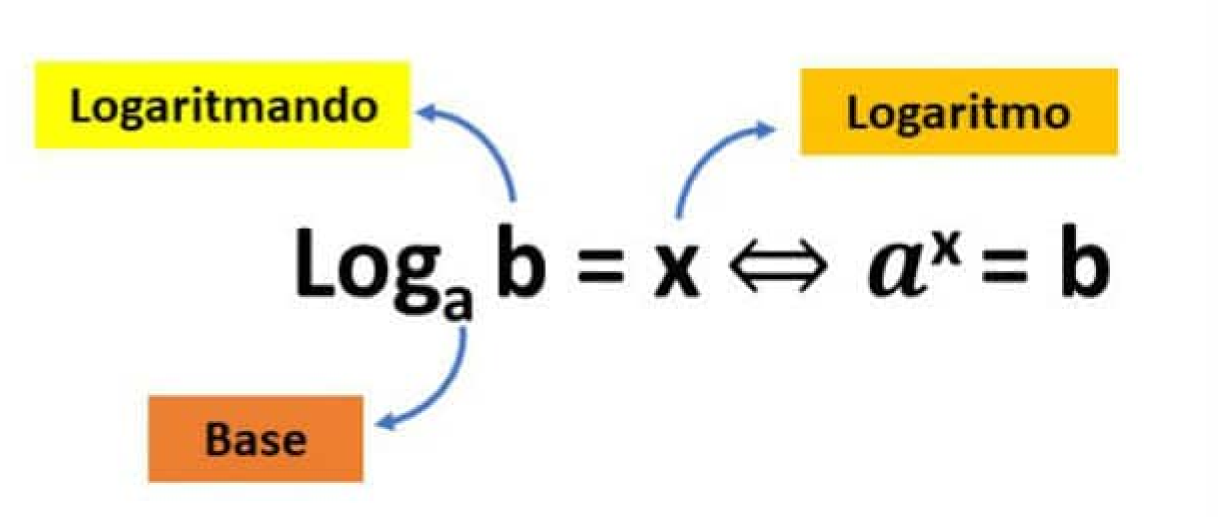
1. definición
2. Matemáticas
3. ›
4. Aritmética

Logaritmo de un número b en base a es igual al exponente x al que debe elevarse la base, de modo que la potencia a^x igual ab, siendo ayb números reales y positivos y a ≠ 1.

De esta forma, el logaritmo es una operación en la que queremos descubrir el exponente que debe tener una base dada para dar como resultado una determinada potencia.

Por ello, para realizar operaciones con logaritmos es necesario conocer las propiedades de la potenciación.

Definición de logaritmo



El logaritmo de b se lee en base a, con a> 0 y a ≠ 1 y b> 0.

Cuando se omite la base de un logaritmo, significa que su valor es igual a 10. Este tipo de logaritmo se llama logaritmo decimal.

¿Cómo calcular un logaritmo?

El logaritmo es un número y representa un exponente dado. Podemos calcular un logaritmo aplicando directamente su definición.

Ejemplo

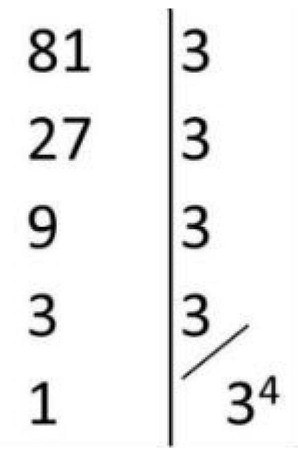
¿Cuál es el valor del registro?$_3$ 81?

Solución

En este ejemplo, queremos averiguar qué exponente debemos elevar a 3 para que el resultado sea igual a 81. Usando la definición, tenemos:

Iniciar sesión$_3$ 81 = x ⇔ $3^X = 81$

Para encontrar este valor, podemos factorizar el número 81, como se indica a continuación:



Reemplazando 81 con su forma factorizada, en la ecuación anterior, tenemos:

$3^X = 3^4$

Dado que las bases son las mismas, concluimos que x = 4.

Consecuencia de la definición de logaritmos

- El logaritmo de cualquier base, cuyo logaritmo sea igual a 1, el resultado será igual a 0, es decir, $\log_{La} 1 = 0$. Por ejemplo, $\log_9 1 = 0$, porque $9^0 = 1$.
- Cuando el logaritmo es igual a la base, el logaritmo será igual a 1, por lo tanto, $\log_{La} a = 1$. Por ejemplo, $\log_5 5 = 1$, porque $5^1 = 5$
- Cuando el logaritmo de **La** en la base **La** tiene una potencia m, será igual al exponente m, es decir, $\log_{La} La^{\text{metro}} = m$, porque usando la definición $a^{\text{metro}} = a^{\text{metro}}$. Por ejemplo, $\log_3 3^5 = 5$.
- Cuando dos logaritmos con la misma base son iguales, los logaritmos también serán iguales, es decir, $\log_{La} b = \text{registro}_{La}\ c \Leftrightarrow b = c$.
- La potencia base ay el exponente logarítmico_{La} b será igual ab, es $\text{decir}^{\text{Iniciar sesión}_{La}B} = b$.

Propiedades de los logaritmos

- **Logaritmo de un producto**: El logaritmo de un producto es igual a la suma de sus logaritmos: $\text{Log}_{La}\ (bc) = \text{Registro}_{La}\ b + \log_{La} C$
- **Logaritmo de un cociente**: El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia de los logaritmos: $\text{Log}_{La} \left(\frac{b}{c}\right) = \text{Registro}_{La}\ \text{Blog}_{La}\ C$
- **Logaritmo de una potencia**: El logaritmo de una potencia es igual al producto de esa potencia por el logaritmo:

Log$_{La}$ B^{metro} = m. Tronco$_{La}$ B

- **Cambio de base:** Podemos cambiar la base de un logaritmo usando la siguiente relación: $\log_b c = \frac{\log_a c}{\log_a b}$

EJEMPLOS

1) Escribe los siguientes logaritmos como un solo logaritmo.

un registro$_3$ 8 + registro$_3$ 10
Blog$_{dos}$ 30 – registro$_{dos}$ 6
c) 4 log$_4$ 3

Solución

un registro$_3$ 8 + registro$_3$ 10 = registro$_3$ 8.10 = registro$_3$ 80

B) $\log_2 30 - \log_2 6 = \log_2\left(\frac{30}{6}\right) = \log_2 5$

c) 4 log$_4$ 3 = registro$_4$ 3^4 = registro$_4$ 81

2) Escribe el registro$_8$ 6 usando el logaritmo en base 2

Solución

$$\log_8 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 8} = \frac{\log_2 3 + \log_2 2}{\log_2 2^3} = \frac{\log_2 3 + 1}{3}$$

Cologaritmo

La llamada **cologaritmo** es un tipo especial de logaritmo expresado por la expresión:

colonia$_{La}$ b = – registro$_{La}$ B

También podemos escribir eso:

$$co\log_a b = \log_a\left(\frac{1}{b}\right)$$

Para obtener más información, consulte también:

Curiosidades sobre los logaritmos

- El término logaritmo proviene del griego, donde "*logos*«Significa razón y»*aritmos*"Corresponde al número.
- Los creadores de los logaritmos fueron John Napier (1550-1617), matemático escocés, y Henry Briggs (1531-1630), matemático inglés. Crearon este método para facilitar los cálculos más complejos que se conocieron como «logaritmos naturales» o «logaritmos neperianos», en referencia a uno de sus creadores: John Napier.

Ejercicios resueltos

1) Sabiendo que el $\log 2 \simeq 0{,}30$ *e* $\log 3 \simeq 0{,}48$, calcula el valor del registro$_9$ 64.

Ver respuesta□

Los valores reportados son relativos a los logaritmos decimales (base 10) y el logaritmo que queremos encontrar el valor está en base 9. De esta manera, iniciaremos la resolución cambiando la base. Así:

$$\log_9 64 = \frac{\log 64}{\log 9}$$

Factorizando los logaritmos, tenemos:

$$\frac{\log 2^6}{\log 3^2}$$

Aplicando la propiedad del logaritmo de una potencia y reemplazando los valores de los logaritmos decimales, encontramos:

$$\frac{6.\log 2}{2.\log 3} = \frac{6.0{,}30}{2.0{,}48} = \frac{1{,}80}{0{,}96} = 1{,}875$$

2) UFRGS – 2014

Asignando log 2 a 0.3, los valores log 0.2 y log 20 son, respectivamente,

a) – 0,7 y 3.
b) – 0,7 y 1,3.
c) 0.3 y 1.3.
d) 0,7 y 2,3.
e) 0,7 y 3.

Ver respuesta□
Primero, calculemos el log 0.2. Podemos empezar escribiendo:

$$\log 0{,}2 = \log\left(\frac{2}{10}\right)$$

Aplicando la propiedad del logaritmo de un cociente, tenemos:

$$\log\left(\frac{2}{10}\right) = \log 2 - \log 10$$

Reemplazo de los valores:

$$\log 2 - \log 10 = 0{,}3 - 1 = -0{,}7$$

Ahora, calculemos el valor de log 20, para eso, escribamos 20 como el producto de 2.10 y apliquemos la propiedad del logaritmo del producto. Así:

$$\log 20 = \log 2.10 = \log 2 + \log 10 = 0{,}3 + 1 = 1{,}3$$

Alternativa: b) – 0,7 y 1,3

Para obtener más preguntas sobre logaritmos, consulte Logaritmo: ejercicios.